44. ročník fyzikální olympiády – studijní text kategorie C

(Pracovní verze studijního textu)

Milí čtenáři,
předkládáme vám nový studijní text, který se tentokrát zabývá problematikou, zařazenou do termiky. Termika nepatří mezi ty partie fyziky, které by považovali za oblíbené jak studenti, tak vyučující. Pro učitele je výklad tepelných jevů opravdovým oříškem. Je totiž založen na výkladu dvou základních pojmů, které se promítají do celé kapitoly: opírá se o pojmy teplota a teplo. Teplota patří mezi základní fyzikální veličiny, a proto je její výklad velmi složitý. Učitel musí začít tělesnými pocity člověka a skončit pochopením klasických i moderních metod měření a přístrojového vybavení, jež je pro měření potřebné; často musí pro výklad měření teploty užít jevů, o nichž se zatím žáci neučili. Stejně tak teplo, často v obecné řeči zaměňované za teplotu („tady je teplo“), jež se měřilo v historii fyziky nejprve v kaloriích a potom v joulech, se obtížně vykládá. Celkové pojetí přešlo od fluidové teorie kalorické na konci 18. století přes 1. termodynamický zákon, mechanický ekvivalent tepla a tepelný ekvivalent práce až k dnešnímu společnému výkladu všech tří pojmů: teplo, mechanická práce a změna vnitřní energie.
Pro studenty je tak problematika náročná na pochopení, výklad musí být provázen mnoha pokusy, a na ně ve škole nezbývá dost času. K tomu všemu ještě přistupuje současná dvojitá výuka učiva o teplotě a teplu – na základě pozorovaných a měrných jevů jsou ve fyzice vyvozeny zákony, které postupně vytvořily termodynamiku, která shrnuje fenomenologický pohled na tepelné děje. Současně v 19. století vznikl druhý pohled na stejné jevy – pohled molekulové fyziky s využitím statistických metod.
Náš text bude pracovat s pojmy teplota a teplo jako s fenomenologickými veličinami – teplo vystupuje jako jedna z příčin změny vnitřní energie a teplota je základní fyzikální veličina.

1. Kalorimetrická rovnice

Jestliže potřebujeme ochladit horkou vodu, můžeme k tomu užít některého z následujících způsobů: přidat určitý objem studené vody nebo přidat několik kostek ledu, popř. počkat určitou dobu, až voda vychladne. Ve všech případech říkáme, že se snížila teplota vody a horká voda některým z těchto způsobů předala teplo svému okolí.
Jestliže k tělesu o hmotnosti m_1 měrné tepelné kapacitě c_1 a teplotě t_1 dáme do tepelného kontaktu těleso o hmotnosti m_2, měrné teplené kapacitě c_2 a teplotě t_2, potom se po určité době teplota vyrovná na hodnotu t, pro niž platí $t_1 < t < t_2$ nebo $t_1 > t > t_2$. Nechť $t_1 > t_2$, potom teplejší těleso předá teplo tělesu

chladnějšímu, $Q_1 = m_1c_1(t_1 - t)$ a chladnější přijme teplo od teplejšího $Q_2 = m_2c_2(t - t_2)$. Z rovnosti tepla přijatého a odevzdaného plyne vztah $m_1c_1(t_1 - t) = m_2c_2(t - t_2)$.

Odtud můžeme určit výslednou hodnotu teploty $t = \dfrac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2}{m_1c_1 + m_2c_2}$, popřípadě můžeme stanovit další veličiny (původní teplotu, měrné tepelné kapacity apod.).

Příklad 1
V lázních provádějí rehabilitační cvičení v bazénu o rozměrech 300 cm × 400 cm a voda se do něj napouští do výšky 120 cm. Voda se vyměňuje vždy přes noc, a to dvakrát týdně. Když nechají přitékat studenou vodu o teplotě 15 ° C, naplní se bazén za 3 hodiny, když nechají přitékat teplou vodu o teplotě 75 ° C, naplní se za 8 hodin. Za jak dlouho se bazén naplní, když přitéká studená i teplá voda současně a jaká bude teplota vody v bazénu?

Řešení:
Objem vody je V = 30.40.12 l = 14 400 l, její hmotnost je m = 14,4.10^3 kg. Přítok studené vody se děje objemovým tokem Q_{V1} = 14 400 l/180 min = 80 l/min, teplé Q_{V2} = 30 l/min. Celkový objemový tok je Q_V = 110 l/min, τ je doba nutná k naplnění bazénu, c = 4200 J/kg. °C je měrná tepelná kapacita vody.
Pro výměnu tepla platí:
$Q_{V1}\tau c(t - t_1) = Q_{V2}\tau c(t_2 - t)$, a tedy výsledná teplota vody v bazénu
$t = \dfrac{Q_{V1}t_1 + Q_{V2}t_2}{Q_{V1} + Q_{V2}} = 31{,}4\ ^{\circ}\mathrm{C}$; nezávisí tedy na době, po kterou voda přitéká.
Bazén se naplní za dobu $\tau = \dfrac{V}{Q_V} = 131\ \mathrm{min} = 2\ \mathrm{h}\ 11\ \mathrm{min}$.

Příklad 2
Během provozu se teplota vody v bazénu za 6 hodin snížila na 24 °C a bylo nutné teplotu vody zase zvýšit během technické přestávky dlouhé 2 h. Jaký příkon musí mít zahřívací zařízení při účinnosti 84 %?

Řešení:
Je nutné zajistit dodání tepla $Q = mc\Delta t$, tj. po dosazení Q = 14400.4200.7,4 J = 4,48.10^8 J, a to během 2 h, tj. výkon ohřívacího zařízení musí být
$P = \dfrac{Q}{\tau} = \dfrac{4.48.10^8}{7200}\ \mathrm{W} = 62.2\ \mathrm{kW}$.
To při účinnosti 0,84 představuje příkon 74,1 kW.
Ještě by nás mohlo zajímat, jaký tepelný výkon musí mít zahřívací zařízení, aby se původní teplota udržovala průběžně:

$$P = \frac{mc\Delta t}{\tau} = \frac{14400\ 42000\ 7.4}{6.3600}\ \mathrm{W} = 21.0\ \mathrm{kW}.$$

Zahřívací zařízení by při průběžném ohřevu muselo mít výkon 21 kW, příkon 25 kW.

Příklad 3

V zimě nabral turista do rychlovarné konvice vodu s ledem o teplotě 0 °C, vody bylo 900 g, ledu 600 g. Za jak dlouho se bude voda vařit při středním výkonu konvice 2,0 kW a účinnosti 85 %?

Řešení:

Hmotnost vody m_1 = 0,90 kg, hmotnost ledu m_2 = 0,60 kg, teplota $t_1 = t_2$ = 0 °C, výsledná teplota t = 100 °C. Měrná tepelná kapacita vody c = 4200 J/kg .°C, měrné skupenské teplo tání ledu l_t = 332 kJ/kg, P = 2,0 kW, účinnost η = 85 %, hledaná doba je τ.

Teplo na roztátí ledu $Q_2 = m_2\, l_t$, teplo na ohřátí vody $Q_1 = (m_1 + m_2)\, c\, (t - t_1)$. Odtud dostaneme kalorimetrickou rovnici:

$$P\tau\eta = m_2 l_t + (m_1 + m_2)c(t - t_1),$$

odtud dostaneme

$$\tau = \frac{m_2 l_t + (m_1 + m_2)c(t - t_1)}{P\eta} = 488\ \mathrm{s} = 8{,}1\ \mathrm{min}.$$

Voda se bude vařit asi za 8 minut.

Příklad 4

V pavilonu tropických hadů je třeba udržovat stálou teplotu 27 °C. Uzavřené terárium má rozměry 400 cm × 500 cm × 200 cm. Kdyby nefungovalo zahřívací zařízení, během 3,0 h klesne teplota na 21 °C. Jaký musí být příkon zařízení v teráriu?

Řešení:

Objem terária je V = 40 × 50 × 20 l = 40000 l = 40 m^3.

Hustota vzduchu je ρ = 1,165 kg/m^3.

Hmotnost vzduchu je $m = V.\ \rho$ = 46,6 kg.

Měrná tepelná kapacita vzduchu c = 1000 J/kg.°C

Úbytek tepla: $Q = m.c.\Delta t$ = 280 kJ.

Nutný příkon ohřívacího zařízení $P = Q/t$ = 25,9 W.

Požadovaný výkon ohřívacího zařízení bude asi 26 W. Ve skutečnosti bude ohřev probíhat s výkonem větší a zahřívací zařízení bude regulováno termostatem.

Úlohy:

1. Do vany přitéká horká voda o teplotě 80 °C s objemovým tokem 8 l/min a studená voda o teplotě 15 °C s objemovým tokem 12 l/min. Na koupání je vhodné napustit 160 l vody. Plechová vana má hmotnost 40 kg, počáteční teplota vany je 20 °C a měrná tepelná kapacita 460 J/kg.°C. Jaká je výsledná teplota vody?
(Neuvažujeme-li plechovou vanu, je doba naplnění 8 minut a výsledná teplota 41 °C, tepelná kapacita vany je 18,4 kJ/°C, ohřívání změní výsledné hodnoty nepatrně.)

2. Podle technických údajů se do varné konvice vejde maximálně 1,7 l vody a zahřívání probíhá s příkonem 1800 - 2200 W a účinností 85 %. Do konvice nalijeme 1,2 l vody o teplotě 15 °C. Za jak dlouho se začne voda vařit?
(3,8 až 4,7 min, střed 4,2 min)

3. Při pokusech máme 200 g parafínu o teplotě 20 °C. Víme, že parafín taje při teplotách (49 – 54) °C, měrné teplo tání parafinu je 147 kJ/kg, měrná tepelná kapacita parafinu je 3,24 kJ/kg.°C. Jak velké teplo je třeba k roztátí parafinu?
(48,2 - 51,4 kJ)

4. Toto zahřívání (viz úloha 3.) provedeme tak, že parafín nasypeme do tlustostěnné kovové misky a tu pak vložíme do 1,8 l vody o teplotě 60 °C. Roztaje parafín?
(Teplota soustavy dosáhne 53,6 - 53,2 °C)

2. **Zdroje tepla; paliva**

V praxi se používají různé zdroje tepla. Varná konvice je příkladem elektrického zahřívacího systému, kam patří i průtokové ohřívače vody, elektrická přítopová zařízení včetně akumulačních kamen, různých teplovzdušných větráků aj. Kromě toho řada zahřívacích systémů používá paliv k přímému hoření (kamna na pevná, kapalná paliva i plyn). Z hlediska termiky nás zajímá tzv. výhřevnost paliv, jejíž hodnotu najdeme v tabulkách a označujeme H. Teplo získané dokonalým spálením paliva o hmotnosti m stanovíme podle vzorce $Q = m.H$, avšak každé zahřívací zařízení má účinnost $\eta < 1$. Potom získáme teplo $Q_1 = \eta.m.H$.

Příklad 5

Menší tepelná elektrárna má výkon 340 MW a spaluje méněkvalitní uhlí o výhřevnosti 13 MJ/kg. Určete spotřebu uhlí připadající na 1 kWh odevzdanou z této elektrárny a denní spotřebu uhlí, víte-li, že elektrárna jde trvale na 80 % určeného výkonu. Účinnost elektrárny je 36 %.

Řešení: Na výrobu 1 kWh spotřebujeme uhlí o hmotnosti m_1; teplo získané dokonalým spálením uhlí $Q = m_1.H$, ale spálení je nedokonalé, takže platí $Q_1 = m_1 H\eta$, kde $\eta = 36\ \%$. Potom

$m_1 H\eta$ = 1 kWh, odtud m_1 = 0,77 kg.
Denní spotřebu uhlí stanovíme pomocí 80% výkonu, tj. 0,80 $P\,\tau = m_1\,H\,\eta$,
m_1 0,80 $P\,\tau\,/(H\,\eta)$ = 5022 t. Na jeden vagón můžeme naložit 40 tun uhlí, do elektrárny přijede denně 126 vagónů s uhlím.

Příklad 6
Když jede automobil rychlostí 90 km/h, má spotřebu 6,8 l na 100 km trasy. Benzín má výhřevnost 46 MJ/kg, z čehož pouze 22 % připadne na mechanickou práci nutnou k udržení rychlosti. Hustota benzínu je 700 kg/m^3. Jak velký je výkon automobilu a jakou tahovou sílu motor vyvíjí?

Řešení:
Označíme dané veličiny v = 90 km/h = 25 m/s, V = 6,8 l, s = 100 km = 10^5 m,
H = 46 MJ/kg, η = 22 % = 0,22, ρ = 700 kg/m^3.
Spotřebou benzínu získáme teplo $Q = V.\rho.H$. Trasu s = 1,0.10^5 m urazí stálou rychlostí v za dobu $\tau = s/v$, takže výkon je
$P = \eta.V.\ \rho.H.v/s$ = 12,0 kW.
Tahová síla $F = \eta.V.\ \rho.H\,/s$ = 482 N.

Příklad 7
Při stálé rychlosti 54 km/h táhne lokomotiva nákladní vlak, přičemž překonává valivý odpor a odpor vzduchu. Odhadněme tahovou sílu lokomotivy na 50 kN. Celková účinnost parní lokomotivy je maximálně 12,5 %, elektrické 60 %, ale účinnost elektrárny je menší než 35 %. Odhadněte výkon lokomotivy, spotřebu měrného paliva za dobu jízdy 30 min a úsporu paliva, způsobenou užíváním elektrické trakce.

Řešení:
Vlak se pohybuje stálou rychlostí v = 15 m/s, vyvíjí tahovou sílu F = 50 kN, takže stálý výkon je roven $P = F.v$ = 750 kW.
Za dobu τ = 1800 s vykoná tahová síla práci $W = P.\tau$ = 1350 MJ.
Spotřeba uhlí při účinnosti η = 12,5 % = 0,125 se stanoví z rovnice (měrné palivo má výhřevnost 29,4 MJ/kg):
$P.\ \tau = W = m.\ \eta.\ H,$
$m = W/(\eta.\ H)$ = 370 kg.
V elektrárně spotřebují na stejnou práci méně měrného paliva; celková účinnost je η_1 = 0,35. 0,60 = 0,21, tedy
$m_1 = W/(\eta_1.\ H)$ = 220 kg,
úspora paliva činí 150 kg, tj. 41 %. Elektrická trakce má další, převážně ekologické přednosti.

Úlohy:
4. Atomová elektrárna má celkový výkon 1000 MW a pracují v ní 4 bloky po 250 MW, z nichž jsou neustále v provozu tři (na zbylém se provádí údržba). Když byla uvedena do provozu, nahradila tepelnou, ekologicky méně výhodnou elektrárnu, jež na výrobu 1 kWh potřebovala 400 g měrného paliva o výhřevnosti 30 MJ/kg. Kolik uhlí se uspoří za běžný měsíc práce (30 dní)? (Celková spotřeba tepelné elektrárny by byla 216 000 t uhlí, tj. 5 400 vagónů za měsíc.)

5. Aerodynamická odporová síla, jíž při jízdě rychlostí 90 km/h působí vzduch na automobil, představuje hodnotu 400 N. Jak se změní spotřeba benzínu určená v litrech na 100 km, když se rychlost automobilu zvětší na 108 km/h?
(Změnu spotřeby určíme vztahem $(v_2/v_1)^2 = 1{,}44$.)

6. Porovnejte spotřebu měrného paliva, které se spotřebuje při zahřátí vzduchu ve třídě z teploty 12 °C na 24 °C, jsou-li rozměry třídy 7,2 × 10,8 × 3,2 m a měrná tepelná kapacita vzduchu c_V = 1 kJ/kg.K. Dříve se užívalo kamen s účinností 4 %, dnes elektrického zahřívacího zařízení s účinností 95 % (účinnost elektrárny je 36 %), hustota vzduchu 1,2 kg/m^3.
(Teplo k ohřátí vzduchu 3,6 MJ, s kamny 3,02 kg a v elektrárně 0,353 kg.)

3. **Vedení tepla**
Přenos tepla se uskutečňuje jedním ze tří způsobů: vedením tepla, prouděním média a zářením. Vedení tepla nastává v případě, že je těleso vyrobeno z látky tzv. vodiče tepla. Tato vlastnost – tepelná vodivost – se vyznačuje pomocí součinitele tepelné vodivosti látek λ; vyjadřuje se v jednotkách W/m.K. Dobré vodiče tepla mají λ větší, špatné vodiče či nevodiče λ menší. Uveďme několik hodnot (jednotky W/m.K):
Hliník 206, železo 70, měď 400, cín 60, olovo 35, ocel 63, litina 50.
Beton 0,81, cihla 0,47 až 0,81, sníh 0,105, kotelní kámen 0,175 až 2,33, omítka 0,70, sklo, 0,75.

Ve stavebnictví je užitečné uvádět λ v jiných jednotkách než v mezinárodní soustavě (doba 1 s nehraje při tepelných jevech žádnou roli, a tak v některých tabulkách najdete údaje v J/h.m.K).
Na základě experimentálních výzkumů bylo zjištěno, že teplo, které prochází stěnou o obsahu S, tloušťky d, spojující dvě prostředí o stálém rozdílu teplot $\Delta t = t_1 - t_2$, kde $t_1 > t_2$, po dobu τ se dá stanovit jako (λ je součinitel tepelné vodivosti stěny)
$Q = \lambda.S.\tau.\Delta t/d$.
Protože postup tepla připomíná průtok vody potrubím nebo náboje vodičem, nacházíme zde řadu analogií. Hovoříme o vedení tepla, přičemž při $\Delta t = konst$ se jedná o ustálené vedení tepla. V našich silách je matematicky popsat

jednoduchý fyzikální model tohoto přenosu tepla. Až poznáte tzv. diferenciální rovnice (tedy až na vysoké škole), nebude pro vás problém vyřešit průběh změn i při neustáleném vedení tepla.

Příklad 9
Dřevěná chata má tři stěny, strop a podlahu dobře izolovány, jen jedna stěna, v níž je krb, je cihlová. Má rozměry: šířka stěny 4,5 m, výška 2,8 m, tloušťka 30 cm. Součinitel teplotní vodivosti cihel je 0,60 W/m.K. Uvnitř chaty se udržuje teplota 20 °C, vně je –10 °C. Určete únik tepla za dobu 10 h a minimální výkon zahřívacího zařízení, jež udržuje stálou teplotu.

Řešení: Únik tepla určíme ze vztahu
$Q = \lambda.S.\tau.\Delta t/d$ = 27,2 MJ
Minimální příkon $P = Q/\tau = \lambda.S.\Delta t/d$ = 756 W

Příklad 10
Aby se ztráty tepla zmenšily, byla cihlová stěna nahozena z vnějšku speciální omítkou tloušťky 5 cm se součinitelem λ_1= 0,25 W/m.K, cihlová stěna má λ_2 = 0,60 W/m.K a vnitřní omítka o tloušťce 2 cm má součinitel λ_3 = 0,70 W/m.K. Jak se zmenšily ztráty a jaký je nyní výkon zahřívacího zařízení? Další hodnoty jsou uvedeny v příkladu 9.

Řešení:
Teplo vstupuje nejprve do vnitřní omítky (λ_3, d_3), pak prochází cihlovou stěnou (λ_2, d_2), a nakonec vnější omítkou (λ_1, d_1), obsah S = 12,6 m^2, doba τ = 10 h a procházející teplo jsou pro všechny vrstvy stejné. Proto platí:

$$Q = \lambda_3 S\tau \frac{t_1 - t_1'}{d_3}, \text{ tedy } t_1 - t_1' = \frac{Qd_3}{\lambda_3 S\tau},$$

$$Q = \lambda_2 S\tau \frac{t_1' - t_2}{d_2}, \text{ tedy } t_1' - t_2 = \frac{Qd_2}{\lambda_2 S\tau},$$

$$Q = \lambda_1 S\tau \frac{t_2' - t_2}{d_1}, \text{ tedy } t_2 - t_2' = \frac{Qd_1}{\lambda_1 S\tau}.$$

Sečtením všech tří rovnic získáváme:

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{S\tau}\left(\frac{d_3}{\lambda_3} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_1}{\lambda_1}\right),$$

$$Q = \frac{(t_1 - t_2)S\tau}{\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3}}$$. Po dosazení je Q = 13,8 MJ, P = 353 W.

Poznámka: Z praktických důvodů lze zavést veličinu $i = Q/(S.\tau)$. tzv. hustotu tepelného toku, kterou budeme považovat za skalární veličinu (její vektorový zápis by zbytečně komplikoval výpočty).
Výkon zahřívacího zařízení je pak $P = i.S$.

Příklad 11
Starší hliníkový hrnec má tloušťku dna 2,4 mm a obsah dna 16,5 dm^2. Když se v něm voda vaří, vypaří se každou minutu 20 g vody. Kuchař musel hrnec odstavit z plamene plynového hořáku a postavil hrnec na dřevěnou desku stolu. Jak velká byla teplota vnější plochy dna? Součinitel λ = 206 W/m.K, pro vodu l_v = 2,3 MJ/kg.

Řešení: vyjdeme ze vztahu $Q = \lambda.S.\tau.\Delta t/d,$
kde λ = 206 W/m.K, S = 0,165 m^2, τ = 60 s, d = 0,0024 m.
Odtud $\Delta t = Q.d\,/(\lambda.S.\tau)$.
Vedení tepla dnem musí zaručit, že za 1 min se vypaří 20 g vody při teplotě 100 °C, tj. $Q = m.l_v$, tedy:
$\Delta t = m.l_v.d/(\lambda.S.\tau)$ = 0,05 °C
Teplota vnější plochy dna je t_1 = 100 °C + Δt.

Je známým faktem, že v místnosti o jisté teplotě t_1 má stěna oddělující prostředí o teplotě $t_2 < t_1$ vnitřní plochu chladnější než je teplota t_1 a vnější naopak teplejší. Má-li stěna tloušťku d a spojuje-li prostory o teplotách t_1 a t_2, pak průběh změn teploty je znázorněn na obrázku.

Podél stěny proudí teplý vzduch vzhůru takřka laminárně a protože má malou hodnotu λ, chová se jako izolační vrstva. Pro přestup tepla touto vrstvou platí
$Q = \alpha_1.S.\tau.\ (t_1 - t_1')$ při vstupu tepla do stěny
$Q = \alpha_2.S.\tau.\ (t_2' - t_2)$ při výstupu tepla ze stěny
$Q = \lambda.S.\tau.\ (t_1' - t_2')/d$ při průchodu tepla stěnou
Obdobným způsobem jako v příkladu 10 určíme rozdíly teplot a potom dostaneme

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{S\tau}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right),$$

$$Q = S\tau\,\frac{(t_1 - t_2)}{1/\alpha_1 + d/\lambda + 1/\alpha_2}.$$

Příklad 12

Na chatě měl majitel „jednoduchá“ okna o rozměru 60 cm × 120 cm, sklo o tloušťce 3 mm má součinitel λ = 0,75 W/m.K. Aby zlepšil tepelnou izolaci, rozhodl se sklo zdvojit. Na jednom okně odstranil tmel a přidal sklo těsně na sklo již existující. Jeho syn však umístil sklo na rám tak, že vznikla vzduchová mezera o tloušťce 4 cm. Jak se změnila tepelná izolace v prvním a jak v druhém případě? Berte $\alpha = 20$ W/m^2.K.

Řešení:

Původní bylo vedení tepla

$Q_1 = \lambda.S.\tau.\Delta T/d.$

Po první úpravě

$Q_2 = \lambda.S.\tau.\Delta T/(2.d),$

tedy tok tepla se snížil na polovinu, neboť se zvětšila tloušťka skla dvojnásobně. To však asi není správně. Přesněji bychom měli psát pro původní stav:

$$Q_1 = S\tau\Delta t\frac{1}{1/\alpha + d/\lambda + 1/\alpha} = \frac{S\tau\Delta t}{2/\alpha + d/\lambda}$$

Po zdvojnásobení skla dostaneme

$$Q_2 = \frac{S\tau\Delta t}{2/\alpha + 2d/\lambda},\ \text{poměr}\ p_1 = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2/\alpha + d/\lambda}{2/\alpha + 2d/\lambda}.\frac{\lambda}{\lambda} = \frac{2\lambda/\alpha + d}{2\lambda/\alpha + 2d} < 1$$

Po další úpravě okna:

$$Q_3 = \frac{S\tau\Delta t}{1/\alpha + d/\lambda + 1/\alpha + 1/\alpha + d/\lambda + 1/\alpha} = \frac{S\tau\Delta t}{4/\alpha + 2d}$$

poměr je tedy $\dfrac{Q_3}{Q_1} = \dfrac{2/\alpha + d/\lambda}{2(2/\alpha + 2d/\lambda)} = \dfrac{1}{2}p_1$

Druhý způsob je ekonomičtější.

Prosíme čtenáře, aby omluvili případné nedostatky textu. Současně můžete poslat všechny eventuální připomínky na naši adresu: ivo.volf@uhk.cz. Nepište zbytečně rozhořčené dopisy, ale spíše připomínky jako od oponentů, abychom společně „vychytali“ chyby a nedostatky.K danému materiálu přijde ještě další kapitola, která se bude zabývat problémy záření dokonale černého tělesa a teprve potom vyjde brožurka.

Díky za pochopení. Autor